

CC1 de statistique

Exercice 1 : question de cours. Donner la définition d'un estimateur fortement consistant.

Exercice 2 : méthode delta. On considère des X_i i.i.d et $\theta \in \mathbb{R}$ tels que

$$\sqrt{n} \left(\bar{X}_n - e^\theta \right) \xrightarrow[n \rightarrow +\infty]{\mathcal{L}} \mathcal{N} \left(0, e^{2\theta} \right).$$

Appliquer la méthode delta avec la fonction g définie pour tout $x > 0$ par $g(x) = \log(x)$.

Exercice 3 : méthode des moments. On considère des variable aléatoires $X_1, \dots, X_n$ i.i.d. et positives, et $\theta > 0$ tels que $\mathbb{E}[X_1] = \sqrt{\theta + 1}$.

1. A l'aide de la méthode des moments, proposer un estimateur de θ .
2. Montrer qu'il est consistant.
3. On suppose maintenant que l'on a également $\mathbb{V}[X_1] = \theta + 1$, montrer que l'estimateur obtenue dans la question 1 est asymptotiquement normal.